

Здесь  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$  — набор, состоящий из  $+$  и  $-$ ,  $\Gamma^\varepsilon = \gamma_1^{\varepsilon_1} \times \dots \times \gamma_n^{\varepsilon_n}$ , где  $\gamma_v^{\varepsilon_v} = \{|\xi_v - a_v| = \rho_v^{\varepsilon_v}\}$  — окружность, ориентированная положительно, если  $\varepsilon_v = +$ , и отрицательно, если  $\varepsilon_v = -$ ; суммирование распространяется на все наборы  $\varepsilon$  из  $n$  знаков. Далее мы разлагаем  $\frac{1}{\xi - z}$  в соответствующие геометрические прогрессии, интегрируем почленно и заменяем интегралы по  $\gamma_v^{\varepsilon_v}$  интегралами по  $\gamma_v$  (с изменением знака, если  $\varepsilon_v = -$ ) ▶

Особенно интересны лорановские разложения в окрестности бесконечных точек пространства  $\bar{C}^n$ . Они характеризуются тем, что радиусы  $R_\nu$  с индексами, соответствующими бесконечным координатам точки, равны бесконечности. Такими разложениями, в частности, представляются функции, голоморфные в бесконечных точках  $\bar{C}_n$ . Напишем для примера разложение функции  $f$ , голоморфной в точке  $(a_1, \infty) \in \bar{C}^2$ , где  $a_1 \neq \infty$ . По определению п. 3 функция  $f\left(\xi_1, \frac{1}{\xi_2}\right) = \varphi(\xi_1, \xi_2)$  голоморфна в точке  $(a_1, 0)$  и, значит, представляется рядом Тейлора

$$\varphi(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k_1, k_2=0}^{\infty} c_{k_1 k_2} (\xi_1 - a_1)^{k_1} \xi_2^{k_2},$$

сходящимся в некотором бикруге  $\{|\xi_1 - a_1| < r_1, |\xi_2| < r_2\}$ . Подставляя сюда  $\xi_1 = z_1$ ,  $\xi_2 = \frac{1}{z_2}$ , получим нужное разложение Лорана функции  $f$ :

$$f(z_1, z_2) = \sum_{k_1, k_2=0}^{\infty} c_{k_1 k_2} \frac{(z_1 - a_1)^{k_1}}{z_2^{k_2}};$$

оно сходится в окрестности  $\left\{ |z_1 - a_1| < r_1, |z_2| > \frac{1}{r_2} \right\}$  точки  $(a_1, \infty)$ .

Области сходимости рядов Лорана (4) являются, очевидно, областями Рейнхарта. Кроме того, если область сходимости содержит какую-либо точку  $z^0$  с координатой  $z_v^0 = a_v$ , то в разложении (4) не может быть отрицательных степеней разности  $z_v - a_v$ , т. е. относительно этой разности (4) является тейлоровским разложением. Поэтому области сходимости рядов Лорана являются так называемыми *относительно полными* областями Рейнхарта. Область Рейнхарта называют *относительно полной*, если она при фиксированном  $v$  либо не пересекается с плоскостью  $\{z_v = a_v\}$ , либо вместе с каждой точкой  $z^0$  содержит и все точки  $z$ , для которых  $|z_v - a_v| \leq |z_v^0 - a_v|$ , а остальные координаты те же, что  $z^0$  (это условие выполняется для всех  $v$ ).