$\ldots \cap \mathcal{P}_j) \setminus (\mathcal{P}_{j+1} \cup \ldots \cup \mathcal{P}_m)$, $j = 1, \ldots, m-1$, $\mathcal{P}^m = \mathcal{P}_1 \cap \ldots$ $\ldots \cap \mathcal{P}_m$, $\mathcal{P}^0 = M \setminus (\mathcal{P}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{P}_m)$ и рассмотрим последовательность гомоморфизмов δ^j, которые ставят в соответствие циклам σ, принадлежащим классам компактных гомологий из $H^{(c)}(\mathcal{P}^j)$, циклы $\delta^j\sigma$, принадлежащие классам из $H^{(c)}(\mathcal{P}^{j-1})$:

$$\delta_m\colon\quad H^{(c)}(\mathcal{P}^m) \xrightarrow{\delta^m} H^{(c)}(\mathcal{P}^{m-1}) \to \ldots \to H^{(c)}(\mathcal{P}^1) \xrightarrow{\delta} H^{(c)}(\mathcal{P}^0). \quad (16)$$

Циклы $\delta^j\sigma$ расслаиваются на гомеоморфы окружностей, обходящие $\mathcal{P}^j$ и принадлежащие $\mathcal{P}^{j-1}$. Как и выше, этой последовательности двойственна последовательность гомоморфизмов групп когомологий, которая определяет *сложный класс-вычет*:

$$\mathrm{Res}^m\colon\quad H(\mathcal{P}^0) \to H(\mathcal{P}^1) \to \ldots \to H(\mathcal{P}^{m-1}) \to H(\mathcal{P}^m). \quad (17)$$

Последовательным применением формулы (14) получается следующее утверждение:

Для любого $(p-m)$-мерного цикла σ из класса гомологий $h \in H_{p-m}^{(c)}(\mathcal{P}^m)$ и любой замкнутой C^∞-формы ω степени p из класса когомологий $\omega^* \in H^p(\mathcal{P}^0)$ имеет место формула вычета

$$\int\limits_{\delta_m h} \omega^* = (2\pi i)^m \int\limits_h \mathrm{Res}^m \omega^*. \quad (18)$$

В заключение отметим, что если форма ω обращается в нуль на некотором $(n-1)$-мерном комплексном многообразии $Q \subset M$, то интегралы от нее и от $\mathrm{res}\,\omega$ по пересечениям $\sigma \cap Q$ и $\delta\sigma \cap Q$ исчезают. Это дает возможность рассматривать вместо групп гомологий и когомологий группы о т н о с и т е л ь н ы х гомологий и когомологий. Поясним эти понятия на примере группы относительных гомологий. Будем рассматривать подмногообразие Q некоторого многообразия M как его подкомплекс [1]); через $C_p(M)$ и $C_p(Q)$ обозначим группы p-мерных цепей на этих комплексах (как всегда, с целыми коэффициентами). Цепь $\sigma \in C_p(M)$ будем называть *циклом относительно* Q, если ее граница $\partial\sigma \subset Q$ (в частности, равна нулю). Группа $C_p(Q)$ является подгруппой $C_p(M)$; факторгруппу

$$C_p(M, Q) = C_p(M)/C_p(Q)$$

будем называть группой *относительных цепей*. Цепь $\sigma_p \in C_p(M)$ называется *относительной границей*, если существует цепь

---

[1]) Это означает, что каждый симплекс из Q в то же время является симплексом из M.