тые можно заменить на точки с запятой. Например,

$$(\mathcal{L}_{\bar{U}}\tilde{\omega})_i = \omega_{i,\,j}U^j + \omega_j U^j{}_{,\,i} = \omega_{i;\,j}U^j + \omega_j U^j{}_{;\,i}.$$

(Естественно, при этом надо заменять *все* запятые, а не только некоторые.)

6.6. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ

Геодезическая — это такая кривая, собственный касательный вектор которой переносится вдоль неё параллельно. Уравнение геодезической:

$$\blacklozenge \qquad \nabla_{\bar{U}}\bar{U} = 0. \tag{6.16a}$$

Если λ — параметр кривой и задана система координат $\{x^i\}$, то оно принимает вид

$$\frac{\mathrm{d}U^i}{\mathrm{d}\lambda} + \Gamma^i{}_{jk}U^jU^k = 0, \tag{6.16b}$$

или

$$\blacklozenge \qquad \frac{\mathrm{d}^2x^i}{\mathrm{d}\lambda^2} + \Gamma^i{}_{jk}\frac{\mathrm{d}x^j}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}\lambda} = 0. \tag{6.16c}$$

Последнее уравнение — это квазилинейная система дифференциальных уравнений относительно функций $x^i(\lambda)$, задающих геодезическую кривую.

Упражнение 6.12. Напомним, что наше определение кривой включает в себя задание параметра. Покажите, что если (6.16c) верно для параметра λ, то при замене его на

$$\mu = a\lambda + b, \tag{6.17}$$

где a и b — постоянные, мы тоже получим решение (6.16c). По этой причине параметр геодезической кривой называется *аффинным параметром.*

Заметим, что в уравнение геодезической входит лишь симметричная часть связности. Это позволяет представить эффект кручения геометрически. Возьмём геодезическую с касательным вектором $\bar{U}$, проходящую через точку P. В T_P выберем какое-нибудь $(n-1)$-мерное подпространство R_P (размерность многообразия n), состоящее из линейно-независимых от $\bar{U}$ векторов. Зафиксируем вектор $\bar{\xi}$ из R_P и проведём через P геодезическую, касательную к $\bar{\xi}$. Используя симметричную часть связности, перенесём $\bar{U}$ параллельно вдоль $\bar{\xi}$ на малое расстояние (в смысле аффинного параметра) ε. Через эту новую точку проведём новую геодезическую, каса-