

приведем уравнение (9.53) к виду

$$\bar{\tau}_{0н} = \left( \frac{a_{\bar{\tau}}}{a_{\bar{v}}} \cos \varphi_{\bar{\tau}} \right) \bar{v} + \left( \frac{a_{\bar{\tau}}}{a_{\bar{v}} \bar{\omega}} \sin \varphi_{\bar{\tau}} \right) \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}}. \quad (9.54)$$

Если ввести безразмерную частоту

$$\bar{\omega} = r_0^2 \omega / 8\nu \quad (9.55)$$

и безразмерное время

$$t = 8\nu t / r_0^2, \quad (9.56)$$

то уравнение (9.54) можно записать полностью в безразмерной форме:

$$\bar{\tau}_{0н} = \left( \frac{a_{\bar{\tau}}}{a_{\bar{v}}} \cos \varphi_{\bar{\tau}} \right) \bar{v} + \left( \frac{a_{\bar{\tau}}}{a_{\bar{v}} \bar{\omega}} \sin \varphi_{\bar{\tau}} \right) \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}}. \quad (9.57)$$

Величины  $(a_{\bar{\tau}}/a_{\bar{v}}) \cos \varphi_{\bar{\tau}}$  и  $(a_{\bar{\tau}}/a_{\bar{v}}) \sin \varphi_{\bar{\tau}}$  являются соответственно вещественной и мнимой частями амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ)  $(\bar{\tau}_{0н}/\bar{v})(j\bar{\omega})$ , для нахождения которой передаточную функцию (9.49) сначала умножим на  $r_0/4\rho\nu$  с тем, чтобы получить отношение изображений безразмерного касательного напряжения  $\bar{\tau}_{0н}(s)$  на стенке трубы и безразмерной средней по сечению скорости  $\bar{v}(s)$ . Затем в эту передаточную функцию подставим  $s = j\omega$  и заменим по формуле (9.55) частоту  $\omega$  ее безразмерным значением. После таких преобразований найдем

$$W_{\bar{\tau}_{\bar{v}}}(j\bar{\omega}) = \zeta j \sqrt{j} J_1(\zeta j \sqrt{j}) / 4 J_2(\zeta j \sqrt{j}), \quad (9.58)$$

где  $W_{\bar{\tau}_{\bar{v}}}(j\bar{\omega})$  — АФЧХ для безразмерного касательного напряжения на стенке трубы;

$$\zeta = 2 \sqrt{2\bar{\omega}}. \quad (9.59)$$

Если вместо функций Бесселя использовать функции Томсона, учитывая, что [31]

$$J_n(\zeta j \sqrt{j}) = \text{ber}_n \zeta + j \text{bei}_n \zeta,$$

то амплитудно-фазовая частотная характеристика (9.58) примет вид

$$W_{\bar{\tau}_{\bar{v}}}(j\bar{\omega}) = \frac{\zeta j \sqrt{j} (\text{ber}_1 \zeta + j \text{bei}_1 \zeta)}{4 (\text{ber}_2 \zeta + j \text{bei}_2 \zeta)}, \quad (9.60)$$

где  $\text{ber}_1$ ,  $\text{ber}_2$ ,  $\text{bei}_1$  и  $\text{bei}_2$  — функции Томсона, которые при заданном значении  $\zeta$  могут быть вычислены по специальным таблицам [41].