

Парные интегральные уравнения (2)—(3) решаются методом Винера—Хопфа. Если известно разбиение функции $\Omega(\omega)$ на два сомножителя: $\Omega(\omega) = \Omega_+(\omega)\Omega_-(\omega)$ (факторизация), голоморфные и не имеющие нулей соответственно в верхней и нижней полуплоскости комплексной переменной ω , то

$$F(\omega) = \frac{B}{\sqrt{k + \omega}\Omega_+(\omega)(\omega - k)},$$

где

$$B = -\frac{c\sqrt{2k}}{(2\pi)^2} \sin\left(kb - \frac{\psi}{2}\right) \cdot \Omega_+(k) A.$$

Введем безразмерные параметры

$$\omega' = \omega a/\pi; \quad \nu' = \nu a/\pi; \quad q = ka/\pi; \quad \eta = \psi/2\pi.$$

Факторизация функции $\Omega(\omega)$, выполненная методом разложения в бесконечные произведения, имеет вид

$$\Omega_-(\omega') = \Omega_0 e^{\chi(\omega')} \frac{\sqrt{q - \omega'}}{1 - \frac{\omega'}{\beta_0^-}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\omega'}{\gamma_n}}{\left(1 - \frac{\omega'}{\beta_n^-}\right)\left(1 - \frac{\omega'}{\beta_{-n}^-}\right)};$$

$$\Omega_+(\omega') = \Omega_0 e^{-\chi(\omega')} \frac{\sqrt{q + \omega'}}{1 - \frac{\omega'}{\beta_0^+}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \frac{\omega'}{\gamma_n}}{\left(1 - \frac{\omega'}{\beta_n^+}\right)\left(1 - \frac{\omega'}{\beta_{-n}^+}\right)},$$

где

$$\gamma_n = \sqrt{q^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2} \quad (\text{Im } \gamma_n > 0);$$

$$\beta_n^- = (n + \eta) \sin \chi \cos \chi + \cos \chi \cdot \sqrt{q^2 - (n + \eta)^2 \cos^2 \chi} \\ (\text{Im } \beta_n^- > 0);$$

$$\beta_n^+ = (n + \eta) \sin \chi \cos \chi - \cos \chi \cdot \sqrt{q^2 - (n + \eta)^2 \cos^2 \chi} \\ (\text{Im } \beta_n^+ < 0);$$

$$\chi(\omega') = i2\omega' [\ln(2 \cos \chi) + \chi \operatorname{tg} \chi].$$

Выразим интеграл в уравнении (1) в виде суммы вычетов относительно полюсов функции $F(\omega')$ в точках $\omega' = -\gamma_n$. Выражение для поля в нулевом волноводе примет вид

$$\Phi_0(y, z) = A \left\{ e^{ikz} + \sum_{n=0}^{\infty} R_{0n} e^{-i\gamma_n z} \cos \left[\frac{n\pi}{2a} (y - a) \right] \right\}.$$