

Таблица 3.7. Среднеквадратичная ошибка при $t = t_{\max}$

s	Среднеквадратичная ошибка $\bar{T}(0, 0) = \bar{T}(1, 0) = 50$	Среднеквадратичная ошибка $\bar{T}(0, 0) = \bar{T}(1, 0) = 0$
0.5	0.492	2.251
0.3	0.187	0.953
0.167	0.00169	0.440

условиями, и тем, что соответствует граничным условиям. Эффект задания $\bar{T}(0, 0) = \bar{T}(1, 0) = 0$ (т. е. в соответствии с начальными условиями) также демонстрируется в табл. 3.7. Очевидно, что такое задание приводит к существенному увеличению ошибки решения. Если положить $\bar{T}(0, 0) = \bar{T}(1, 0) = 100$, то ошибка будет по своей величине аналогична той, которая получалась при $\bar{T}(0, 0) = \bar{T}(1, 0) = 0$.

§ 3.6. Заключение

Как мы видели, дискретизация вносит некоторую ошибку, представление о которой можно получить, рассматривая ошибку аппроксимации по крайней мере для метода конечных разностей. По-видимому, ошибка аппроксимации становится все более точным критерием оценки ошибки решения по мере измельчения сетки (см. п. 4.1.2).

Выбор конкретных формул для представления производных может быть осуществлен путем последовательного исключения тех или иных членов в выражении для ошибки аппроксимации (см. п. 3.2.2). Однако такой подход нередко нуждается в модификации из-за необходимости выбирать некоторые коэффициенты так, чтобы полученный алгоритм был устойчивым (см. § 4.3).

Как видно из конкретных примеров, рассмотренных в § 3.3 и 3.4, если точное решение содержит разрывы или очень большие градиенты, то маловероятно, чтобы формулы высокого порядка были существенно точнее формул низкого порядка. Кроме того, при представлении волнообразных движений решения с короткими волнами воспроизводятся менее точно, чем решения с длинными волнами.

Простая конечно-разностная программа DIFF, приводимая в тексте, позволяет проиллюстрировать многие характерные особенности метода конечных разностей. Как показано на конкретном примере, точность конечно-разностного решения уравнения диффузии весьма чувствительна к тому, каким образом учитываются разрывы, связанные с формулировкой граничных