

Точное решение этой задачи, найденное методом разделения переменных, имеет вид

$$\bar{T}(x, t) = 0.5 - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^N \sin \left[(2k-1) \frac{\pi(x-ut)}{L} \right] \frac{\exp[-\alpha(2k-1)^2 \pi^2 t / L^2]}{2k-1}. \quad (9.75)$$

Различные схемы, которые заложены в программу TRAN, приведены в табл. 9.4. Распечатка программы TRAN дана на рис. 9.8, а основные параметры указаны в табл. 9.5. Точное решение дает подпрограмма EXSOL (рис. 9.9). Типичная выдача результатов программы TRAN при использовании схемы Лакса — Вендроффа показана на рис. 9.10.

```

PROPAGATING TEMP-FRONT
ME = 2 LAX-WENDROFF
JMAX= 21 NTIM= 10 C= .25 U= .50 DX= .200 DT= .100
S= .25 ALPH= .100E+00 RCEL= 1.000 Q= .00 QQ= .000
NEX= 100 EL= 20 EM= .000E+00
AA= .40625 BB= .43750 CC= .15625 AE= .00000 BE= .00000 CE= .00000

INITIAL SOLUTION, TIM = .000
X=-2.000-1.800-1.600-1.400-1.200-1.000 -.800 -.600 -.400 -.200 .000 .200
X= .400 .600 .800 1.000 1.200 1.400 1.600 1.800 2.000
T= 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 .500 .000
T= .000 .000 .000 .000 .000 .000 .000 .000 .000 .000

FINAL SOLUTION, TIM =1.000
X=-2.000-1.800-1.600-1.400-1.200-1.000 -.800 -.600 -.400 -.200 .000 .200
X= .400 .600 .800 1.000 1.200 1.400 1.600 1.800 2.000
T= 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 .999 .997 .991 .973 .934 .862 .747
T= .593 .422 .261 .137 .059 .020 .005 .001 .000
TEX= 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 1.000 .998 .993 .978 .941 .868 .749
TEX= .588 .412 .251 .132 .059 .022 .007 .002 .000
RMS ERR= .44842E-02

```

Рис. 9.10. Типичная выдача по программе TRAN.

При $R_{\text{cell}} = 1.0$ в табл. 9.6 дано сравнение решений, полученных как по явным, так и по неявным схемам. Все методы приводят к гладким решениям, тогда как схема Лакса — Вендроффа оказывается наиболее точной из явных схем. Наиболее точной из неявных схем является схема (9.71) с $q = 0.5$, что соответствует 3-му порядку аппроксимации члена $u \partial T / \partial x$.

Расчеты по неявным схемам Кранка — Николсона для более высоких значений R_{cell} показаны в табл. 9.7 ($R_{\text{cell}} = 3.33$) и табл. 9.8 ($R_{\text{cell}} = 100$). В качестве эталона принята конечно-разностная схема Кранка — Николсона. Решение по этой схеме является осциллирующим и выявляет добавочный скачок за фронтом, который особенно хорошо виден при $R_{\text{cell}} = 100$ (табл. 9.8 и рис. 9.11). Видно, что две низкодисперсные схемы