

енты диффузии в объеме справа и слева от поверхности раздела одинаковы.

Кроме безразмерных переменных x_1 , y_1 и t_1 , характерных для модели Фишера [уравнения (6) — (8)], введем дополнительную переменную $\xi = D/D_1$. Тогда уравнения в модели Уиппла имеют вид

$$\frac{\partial C'}{\partial t_1} = \frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} + \xi \frac{\partial^2 C'}{\partial y_1^2}, \quad x_1 > 0 \quad (24)$$

$$C'(x_1, y_1, 0) = 0; \quad C'(x_1, \infty, t_1) = 0; \quad C'(x_1, 0, t_1) = C_0;$$

$$C'(\infty, y_1, t_1) < \infty; \quad C'(0, y_1, t_1) = C(y_1, t_1),$$

где функция C удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial C}{\partial t_1} = \frac{\partial^2 C}{\partial y_1^2} + 2D \frac{\partial C'}{\partial x_1} \Big|_{+0}, \quad (25)$$

$$C(y_1, 0) = 0; \quad C(0, t_1) = C_0; \quad C(\infty, t_1) = 0.$$

Здесь C и C' — концентрации диффузанта в границе зерна и объеме соответственно, причем $C' = C'(x_1, y_1, t_1, \xi)$, $C = C(y_1, t_1, \xi)$.

Уравнения моделей Уиппла (24), (25) и Фишера (6) — (8) отличаются только наличием в правой части выражения (24) второго слагаемого, пропорционального ξ . Решение зернограничной модели Фишера должно получаться из (24) предельным переходом $\xi \rightarrow 0$:

$$C'(x_1, y_1, t_1) = \lim_{\xi \rightarrow 0} C_w(x_1, y_1, t_1, \xi). \quad (26)$$

В работе [84] получено точное решение уравнений модели Уиппла (24), (25), выраженное через точное решение модели Фишера:

$$C'_w(u, w, \lambda, \xi) = C_0 \operatorname{erfc}(\eta) + \int_0^{\infty} C(u, \alpha, \lambda) \frac{\varphi(\eta, \alpha/\sqrt{\mu})}{\sqrt{\pi\mu}} d\alpha; \quad (27)$$

$$u = x_1/2\sqrt{t_1}; \quad \eta = w/\sqrt{\mu(1-\xi)}; \quad \mu = 8\xi\lambda^{-1}(1-\xi)^{-1};$$

$$\varphi(x, y) = \exp[-(x-y)^2] - \exp[-(x+y)^2].$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (27) описывает диффузионный поток с внешней поверхности образца. Чтобы сравнить концентрационные кривые в моделях Фишера и Уиппла, в работе [89] исследовано отклонение $\Delta = (C'_w - C')/C'_w$ в зависимости от параметров λ и μ , характеризующих разные условия диффузионного эксперимента. Расчеты, выполненные на ЭВМ, показывают, что ниже зоны объемной диффузии ($\eta = y/2\sqrt{D\tau} \gg 1$)