

Дифференцируя последовательно соотношения (3.1)—(3.3) по времени, можно получить векторы скорости \mathbf{v}_P и ускорения \mathbf{w}_P точки P

$$\mathbf{v}_P = \begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \\ \dot{z}_P \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}_P = \begin{bmatrix} \ddot{x}_P \\ \ddot{y}_P \\ \ddot{z}_P \end{bmatrix},$$

заданные своими проекциями на оси опорной системы координат, определяемой ортами $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ (см. рис. 3.3).

На практике иногда важным является задание скорости и ускорения точки P проекциями на оси, жестко связанные со схватом, например на оси цилиндрической системы координат, заданные ортами $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\varphi, \mathbf{i}_z$ (см. рис. 3.3,а), или на оси сферической системы координат, заданные ортами $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_{\varphi_1}, \mathbf{i}_{\varphi_2}$ (см. рис. 3.3,б). Орты $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ неподвижные. Орты цилиндрической и сферической систем координат перемещаются вместе со схватом.

Зная ускорение точки P в проекциях на оси, связанные со схватом, можно, например, рассчитать усилие схвата, необходимое для удержания объекта, либо выбрать такой режим движения, при котором перегрузки области полюса схвата P не превышали бы заданных предельных и т. д.

Скорости и ускорения точки P в системе координат, связанной со схватом:

для цилиндрической системы координат (см. рис. 3.3,а)

$$\mathbf{v}_P = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\varphi} \\ \dot{z} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}_P = \begin{bmatrix} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \\ 2\dot{\varphi}\dot{r} + r\ddot{\varphi} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}; \quad (3.15)$$

для сферической системы координат (см. рис. 3.3,б)

$$\mathbf{v}_P = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\varphi}_1 \cos \varphi_2 \\ r\dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}_P = \begin{bmatrix} \ddot{r} - r\dot{\varphi}_2^2 - r\dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_2 \\ r\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_2 + 2(\dot{r} \cos \varphi_2 - r\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2)\dot{\varphi}_1 \\ r\ddot{\varphi}_2 + r\dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + 2r\dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Учитывая, что объект чаще всего перемещается либо в вертикальной, либо в горизонтальной плоскости, для манипуляторов, работающих в сферической системе координат и для шарнирных манипуляторов, удобно разложить скорость и ускорение точки P по ортам цилиндрической системы координат. Это можно сделать с помощью матриц перехода (об этом будет сказано ниже) или прямым вычислением.

Пример 3.3. Связь цилиндрических координат r, φ, z полюса схвата P с обобщенными координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ шарнирного манипулятора можно представить в виде (см. рис. 3.3,в)

$$\begin{aligned} r &= l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos (\varphi_2 + \varphi_3); \quad \varphi = \varphi_1; \\ z &= l_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin (\varphi_2 + \varphi_3). \end{aligned} \quad (3.17)$$